

Interaction sol-structure (notions)

- Problème physique:
 - Nécessité de prendre en compte l'interaction lorsqu'il existe une différence de masse ou de raideur entre le sol et la structure.
 - Incertitudes sur le chargement et sur la connaissance du sol.
- Résolution:
 - Ondes sismiques
 - Interaction cinématique / interaction inertielle
 - Méthodes de résolution, simplifications
 - Paramètres utiles
 - Spécifications, règlements: ASN , EC8, ASCE 4.98

Ondes sismiques

Equation de propagation des ondes dans un milieu élastique homogène

$$(\lambda + \mu)[\nabla(\nabla \cdot u)] + \mu \Delta u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - f$$

Découplage des équations pour obtenir la solution en ondes de volumes et ondes de surfaces:

Ondes P de compression

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

$$V_P \gg V_S$$

Ondes S de cisaillement

$$V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

Ondes de surface: Love, Rayleigh, Stoneley

A ce stade , nombreuses hypothèses simplificatrices

On ne retient que les ondes S et P à propagation verticale

Interaction cinématique / Inertielle

A l'aide d'hypothèses de linéarité et de superposition des équations du mouvement, on décompose le problème en 2 parties:

♦ Interaction cinématique

Modification des ondes due à la présence de la fondation (par sa raideur)

Elle résulte de la différence de raideur pour la partie en terre, entre le sol et la structure: (bâtiment fictif sans masse).

Importante pour les structures raides enterrées dans un sol mou.

Négligeable pour les fondations superficielles, avec des ondes à propagation verticale.

♦ Interaction inertielle

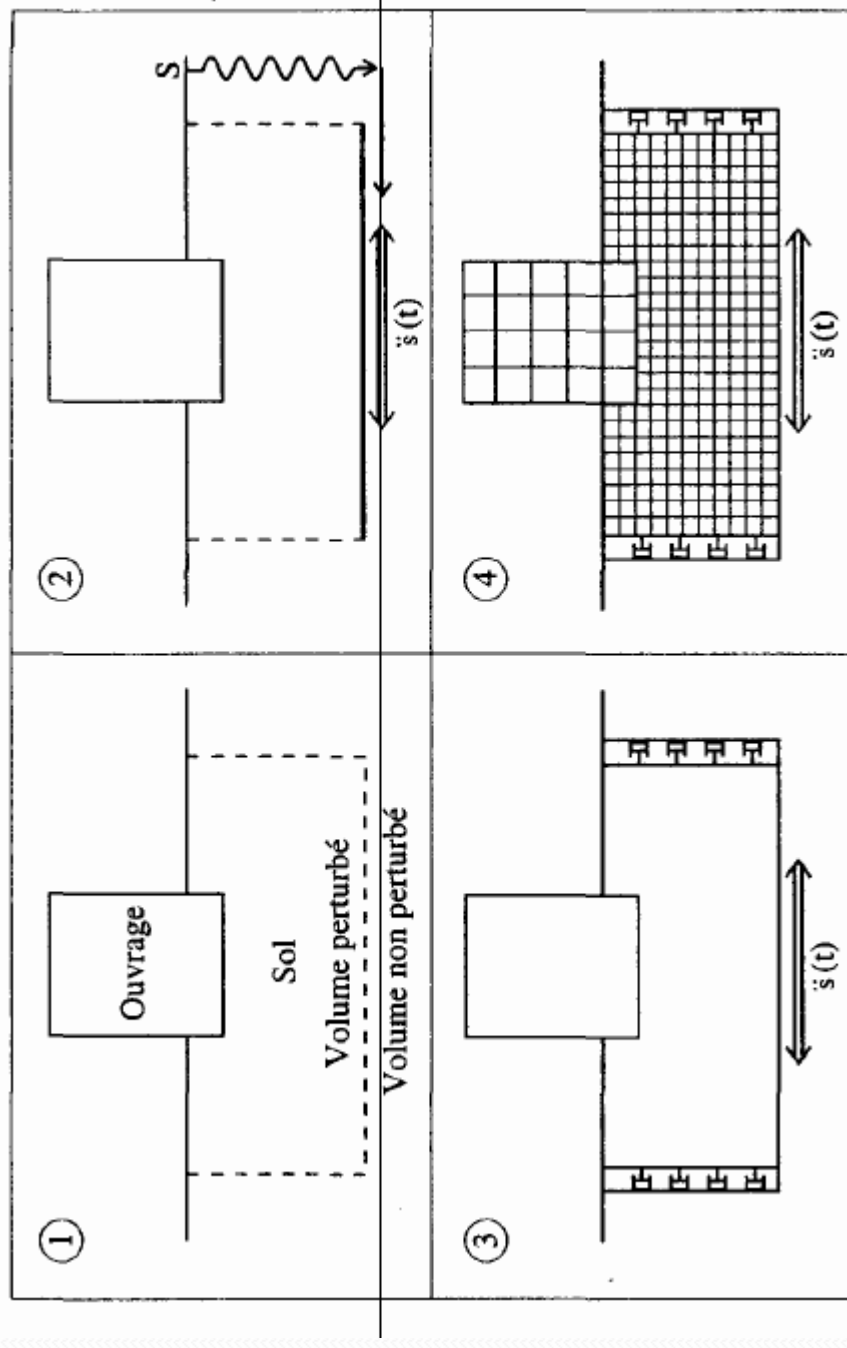
*Elle résulte de la différence de masse entre la structure et le sol:
Toujours présente.*

On ne retient souvent que l'interaction inertielle

Méthodes de résolution, simplifications

- Méthodes Globales FLUSH(2D) MISS(3D)
 - Modélisation du sol et de la structure. Résolution de problèmes non linéaires.
 - Difficiles à mettre en œuvre: problèmes avec les ondes (frontières). Radiers souples possibles, mais méthodes **non éprouvées: à valider.**
 - Nécessité de définir le volume de sol intéressé, et de 'déconvoluer' le signal sismique.
 - Résolution dans le domaine fréquentiel (**linéaire**): transformée de Fourier et transformée inverse.
 - Maillage en éléments d'environ 2 à 3m pour un volume de 2 à 3 fois les dimensions de la fondation => gros modèles > **360000** mailles pour un bâtiment de 80x50m !!

Méthodes de résolution, simplifications

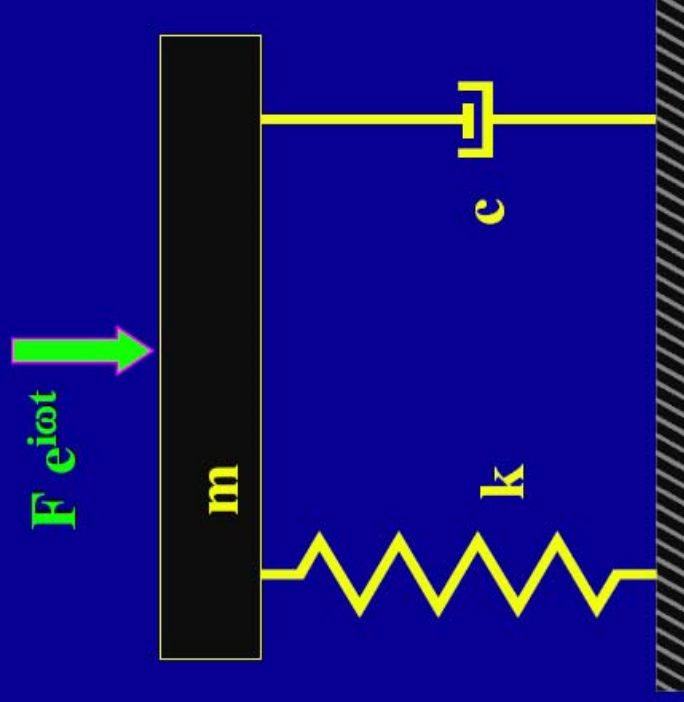


Méthodes de résolution, simplifications

► Méthodes de sous structuration

- ♦ Modélisation séparée du sol et de la structure.
Découplage des problèmes, théoriquement exact pour une fondation rigide superficielle (pas d'interaction cinématique)
- ♦ **hypothèses linéaires, et radiers rigides** pour le calcul des fonctions d'impédances (ressorts de sol). Ce qui n'empêche pas de modéliser le radier souple car il appartient à la superstructure, et de considérer le sol plus rigide, en première approche.
- ♦ Les pages qui vont suivre, permettent d'apprécier la pertinence de la prise en compte de l'ISS, notamment les diapos 16-18, qui permettent de comprendre l'influence des rapports de masses sur l'amortissement et la fréquence.

OSCILLATEUR SIMPLE

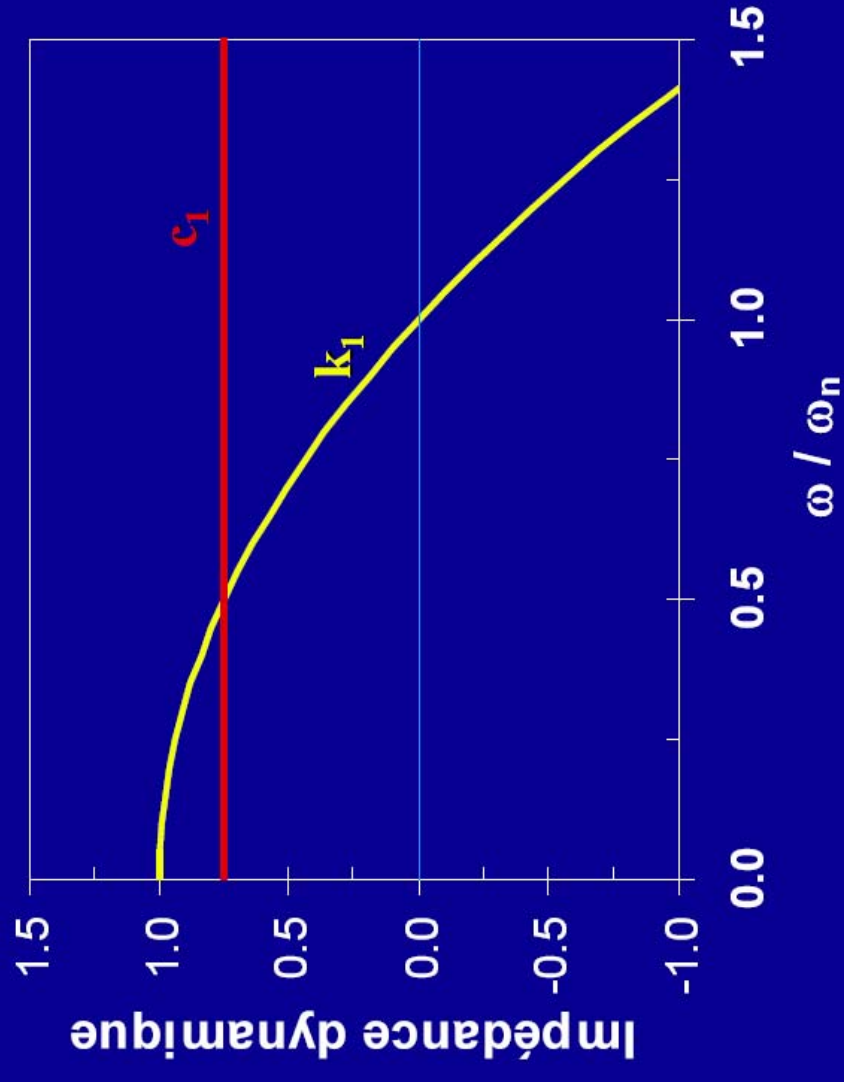


$$Z(t) = \frac{F e^{i\omega t}}{(k - m\omega^2) + i\omega c}$$

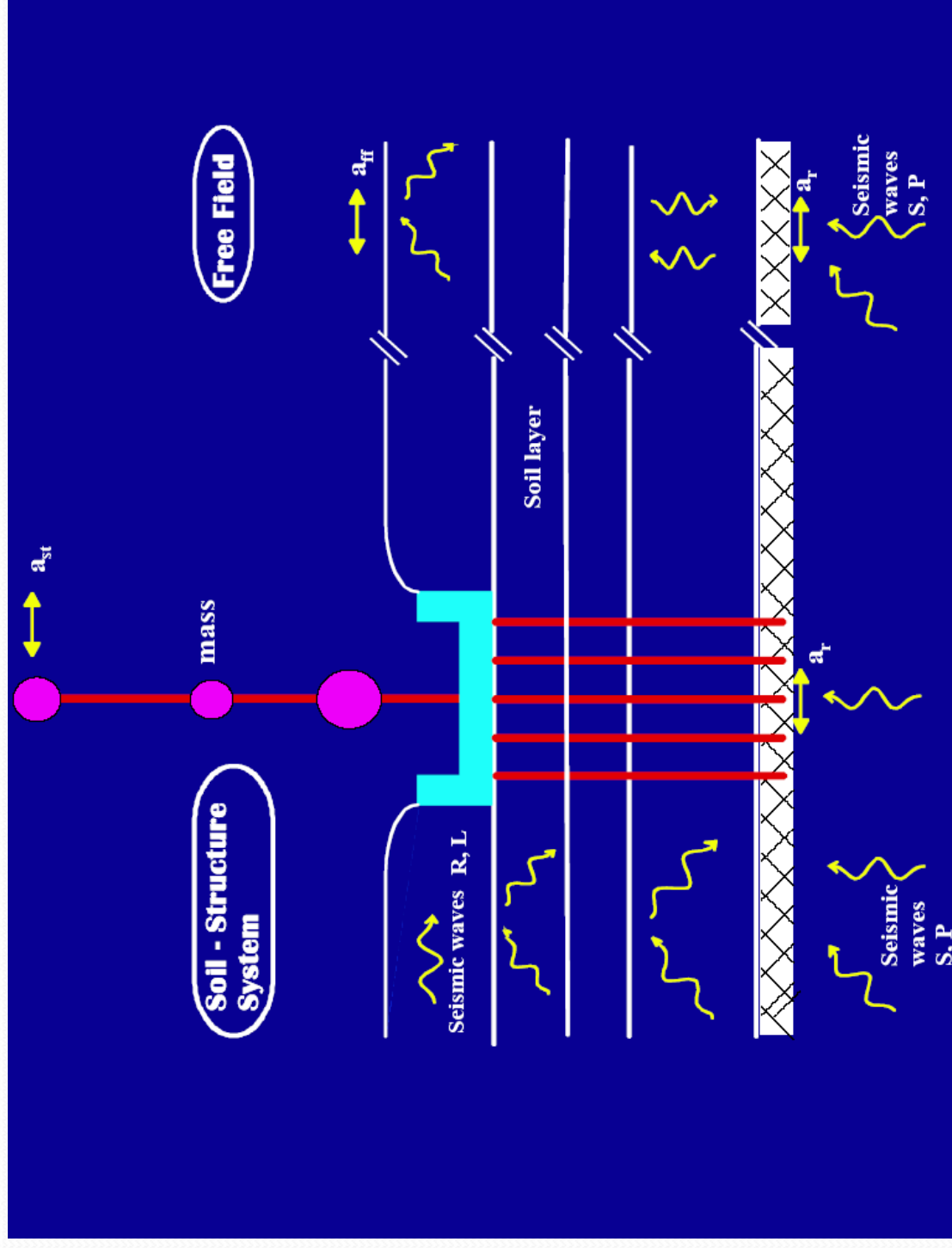
$$K = (k - m\omega^2) + i\omega c$$

$$K = k \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right)^2 + 2i\beta \frac{\omega}{\omega_n} \right]$$

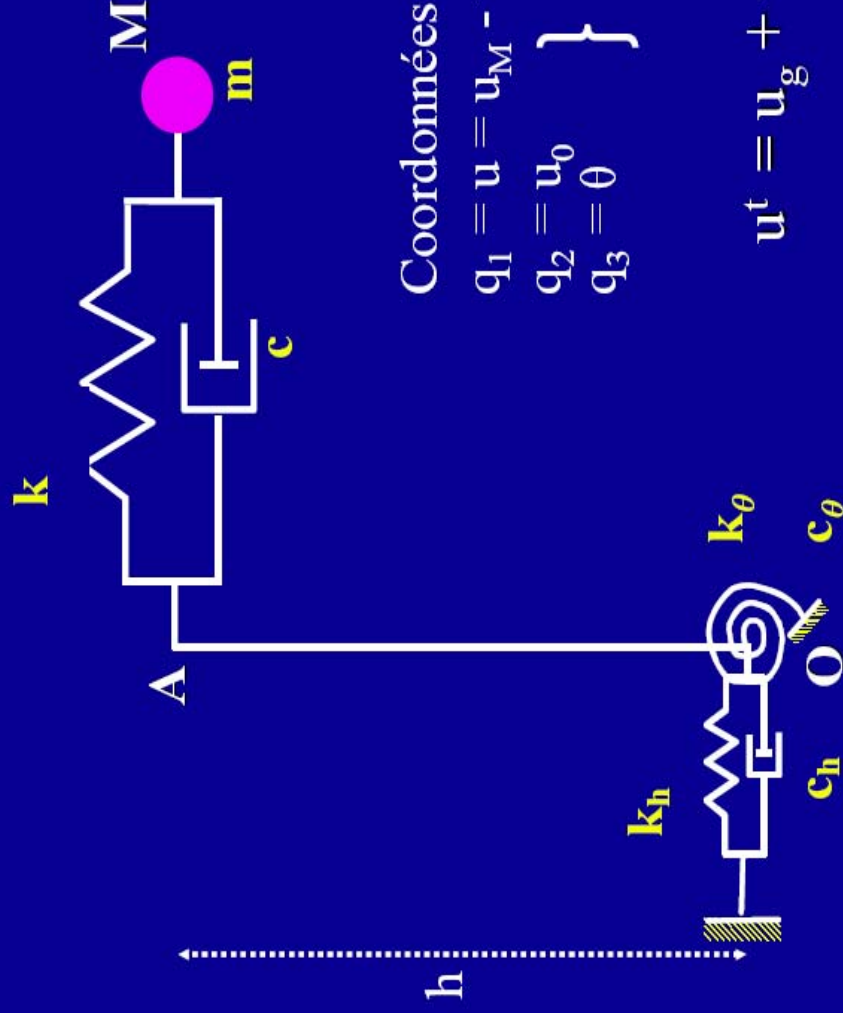
IMPEDANCE OSCILLATEUR SIMPLE



Méthodes de résolution, simplifications



MODELE SIMPLIFIE D'ISS



Coordonnées généralisées:

$$q_1 = u = u_M - u_A$$

$$q_2 = u_0$$

$$q_3 = \theta$$

Fondation

$$u^t = u_g + u_0 + u + h\theta$$

Méthodes de résolution, simplifications

Energie cinétique

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{u}_g + \dot{u}_0 + \dot{u} + h\dot{\theta})^2$$

Energie potentielle

$$V = \frac{1}{2} (k u^2 + k_h u_0^2 + k_\theta \theta^2)$$

Travail des forces non conservatives

$$\delta W = - \left(C \dot{u} \delta u + C_h \dot{u}_0 \delta u_0 + C_\theta \dot{\theta} \delta \theta \right)$$

Equations de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = \frac{\delta W}{\delta q_i}$$

Energie potentielle

$$V = \frac{1}{2} (k u^2 + k_h u_0^2 + k_\theta \theta^2)$$

Travail des forces non conservatives

$$\delta W = - \left(C \dot{u} \delta u + C_h \dot{u}_0 \delta u_0 + C_\theta \dot{\theta} \delta \theta \right)$$

Equations de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = \frac{\delta W}{\delta q_i}$$

Méthodes de résolution, simplifications

Pour un mouvement harmonique de pulsation ω :

$$\dot{\mathbf{x}} = i\omega \mathbf{x} \quad \ddot{\mathbf{x}} = -\omega^2 \mathbf{x} \quad \xi = \frac{i\omega C}{2k} \quad \xi_h = \frac{i\omega C_h}{2k_h} \quad \xi_\theta = \frac{i\omega C_\theta}{2k_\theta}$$

$$\begin{cases} -m\omega^2(u_0 + u + h\theta) + k(1+2i\xi)u = m\omega^2 u_g \\ -m\omega^2(u_0 + u + h\theta) + k_h(1+2i\xi_h)u_0 = m\omega^2 u_g \\ -mh\omega^2(u_0 + u + h\theta) + k_\theta(1+2i\xi_\theta)\theta = mh\omega^2 u_g \end{cases}$$

Introduisant: $m\omega_s^2 = k$, $m\omega_h^2 = k_h$, $m\omega_\theta^2 = k_\theta$

Et éliminant u_0 and θ

$$\left[1 + 2i\xi - \frac{\omega^2}{\omega_s^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2}(1 + 2i\xi - 2i\xi_h) - \frac{\omega^2}{\omega_\theta^2}(1 + 2i\xi - 2i\xi_\theta) \right] u = \frac{\omega^2}{\omega_s^2} u_g$$

Méthodes de résolution, simplifications

Réponse harmonique de l'oscillateur à 1 degré de liberté de caractéristiques: m , $\tilde{\omega}$, $\tilde{\xi}$ sujet au mouvement $\tilde{u}_g$ de pulsation ω

$$\left[1 + 2i\tilde{\xi} - \frac{\omega^2}{\tilde{\omega}^2} \right] u = \frac{\omega^2}{\tilde{\omega}^2} \tilde{u}_g$$

Même réponse que système ISS si:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\tilde{\omega}^2} = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_\theta^2} \\ \tilde{\xi} = \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2} \xi + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_h^2} \xi_h + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_\theta^2} \xi_\theta \\ \tilde{u}_g = \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2} u_g \end{array} \right. \quad \longrightarrow \quad \boxed{\tilde{\omega} < \omega_s, \quad \tilde{\xi} > \xi, \quad \tilde{u}_g < u_g}$$

$$k_h, k_\theta = \Phi(r, V_s, \rho)$$

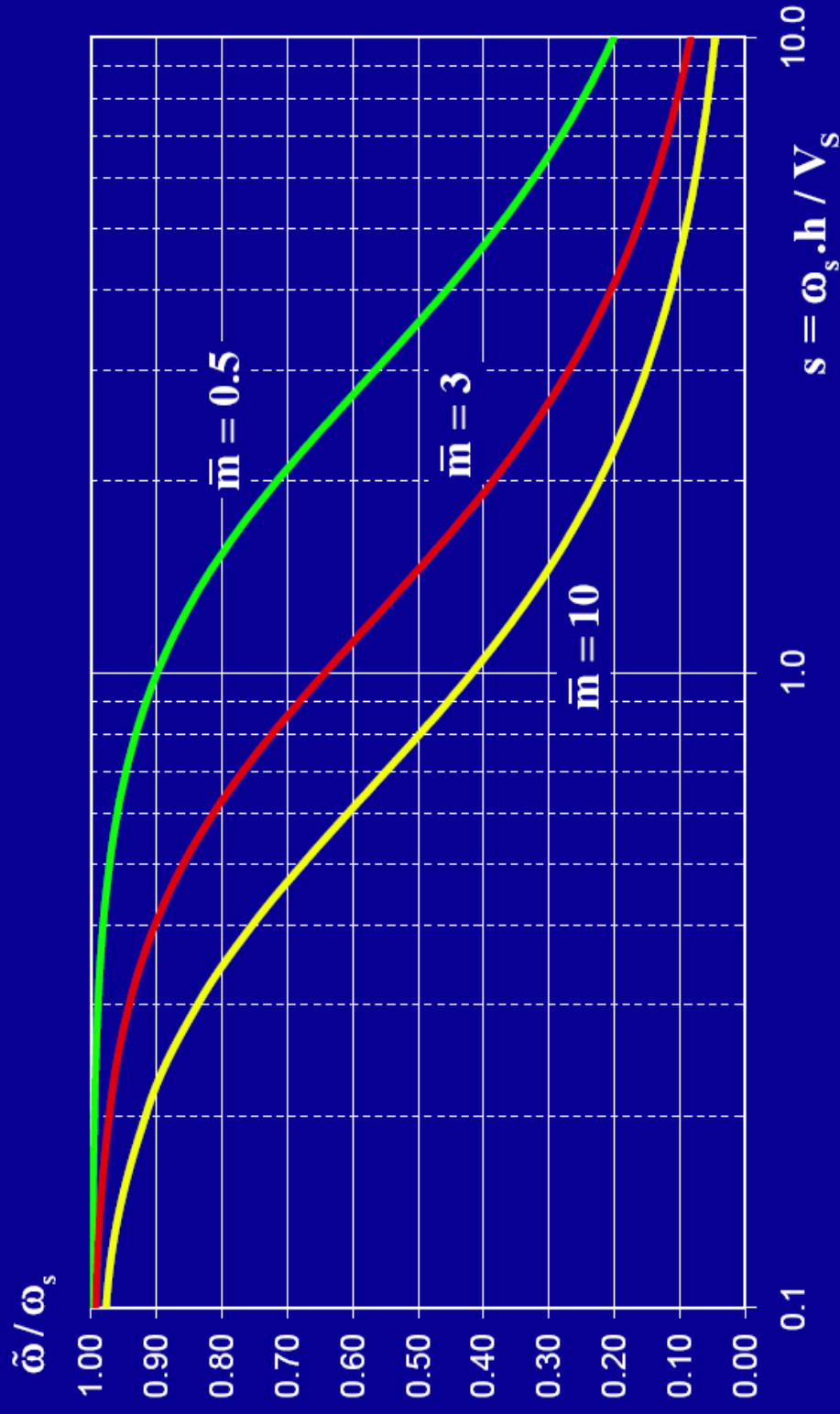


Paramètres adimensionnels

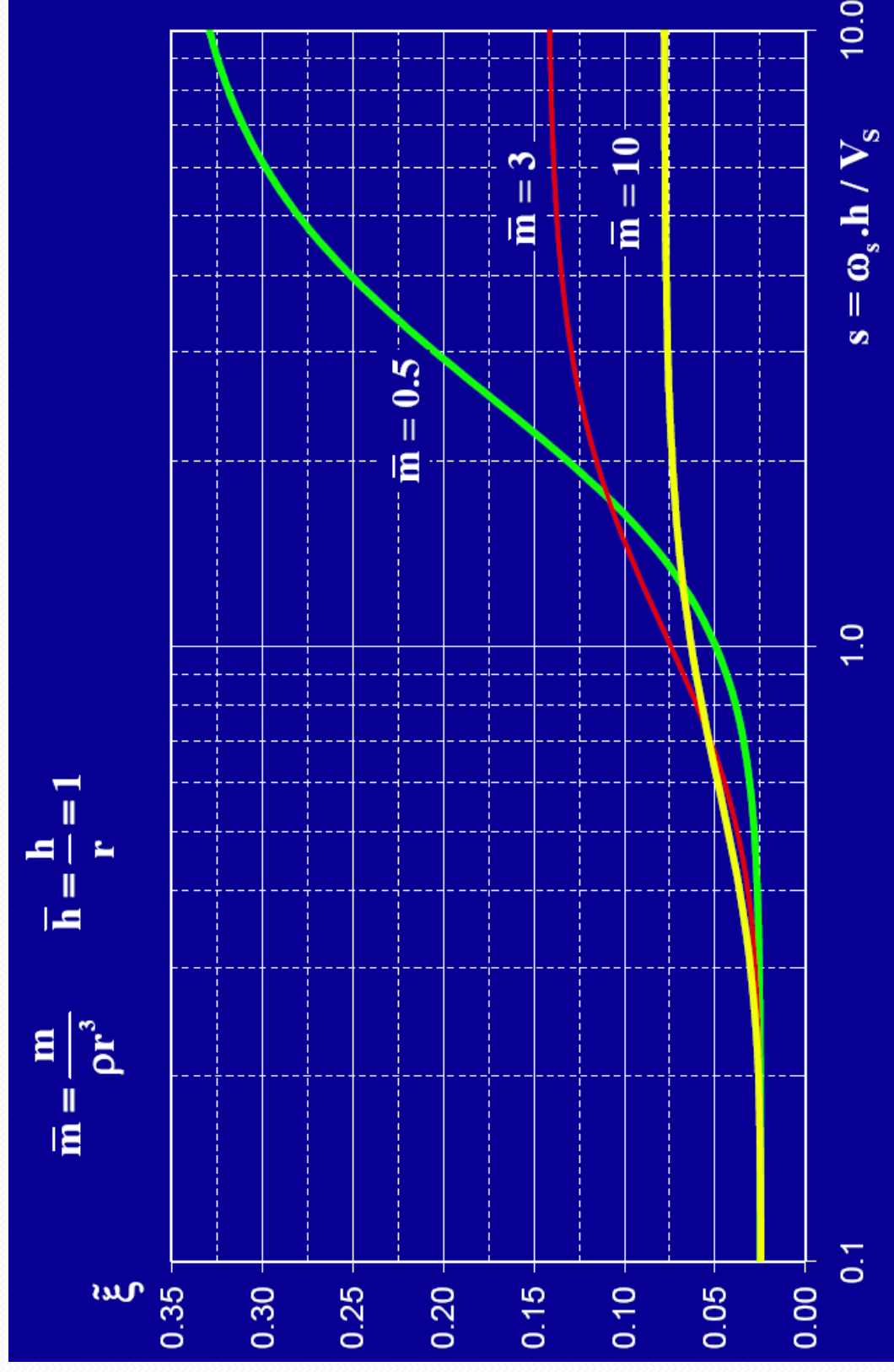
$$\bar{h} = \frac{h}{r}, \quad s = \frac{\omega_s h}{V_s}, \quad \bar{m} = \frac{m}{\rho r^3}$$

Méthodes de résolution, simplifications

$$\bar{m} = \frac{m}{\rho r^3} \quad \bar{h} = \frac{h}{r} = 1$$

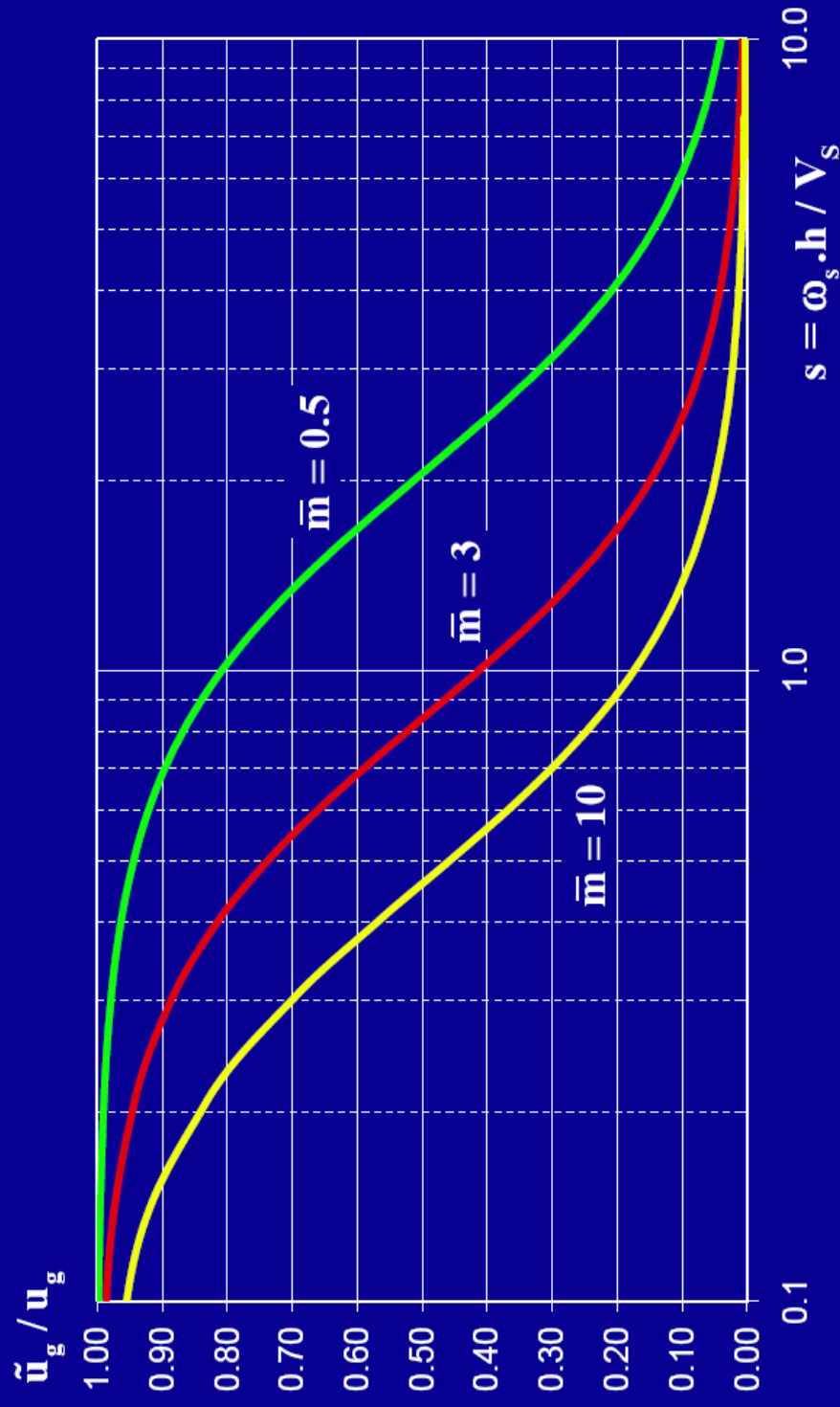


Méthodes de résolution, simplifications



Méthodes de résolution, simplifications

$$\bar{m} = \frac{m}{\rho r^3} \quad \bar{h} = \frac{h}{r} = 1$$



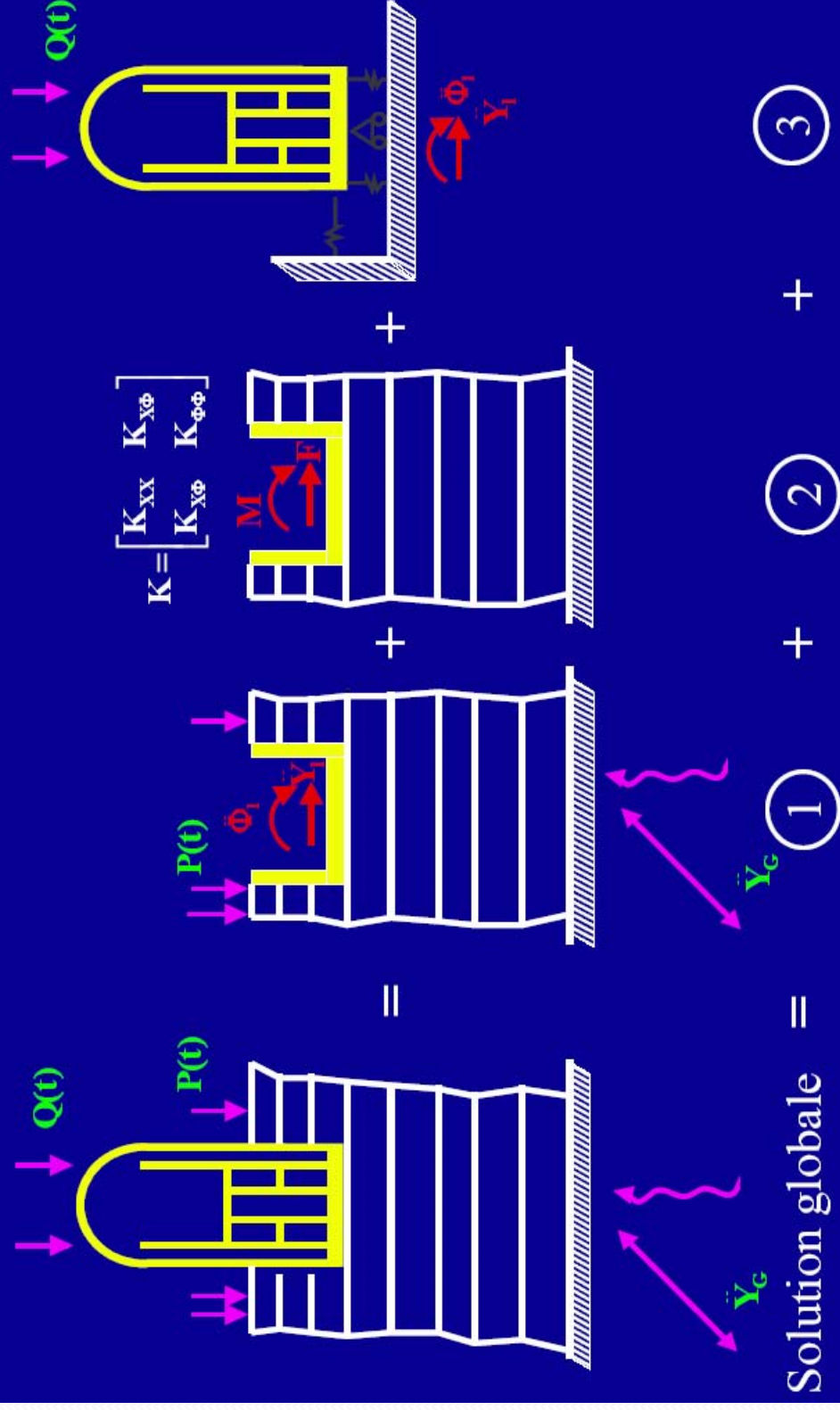
Méthodes de résolution, simplifications

- En conclusion sur cet exemple simple

- D'autant plus significative que :
 - ⇒ Sol de fondation mou
 - ⇒ Structure massive

Méthodes de résolution, simplifications

THEOREME DE SUPERPOSITION



IMPEDANCE DE LA FONDATION

Caractérise la réaction du sol sur la fondation

$$[S_F][\tilde{u}_F^i] = -[\tilde{P}_F] \quad R(t) = K \cdot Z(t)$$

- ◆ Après séparation et condensation, S_F représente la matrice d'impédance, U_F le vecteur des déplacements à l'interface et P_F les efforts à l'interface.

IMPEDANCE DE LA FONDATION

Caractérise la réaction du sol sur la fondation

$$[S_F][\tilde{u}_F^i] = -[\tilde{P}_F] \quad R(t) = \mathbf{K} \cdot Z(t)$$

Formulation de l'impédance

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_s [\mathbf{k}_1 + i a_0 \mathbf{c}_1] \quad , \quad a_0 = \frac{\omega r_0}{V_s}$$

Equation d'équilibre de la fondation

$$f_I + f_s + f_d = F \quad i\omega Z = \dot{Z}$$

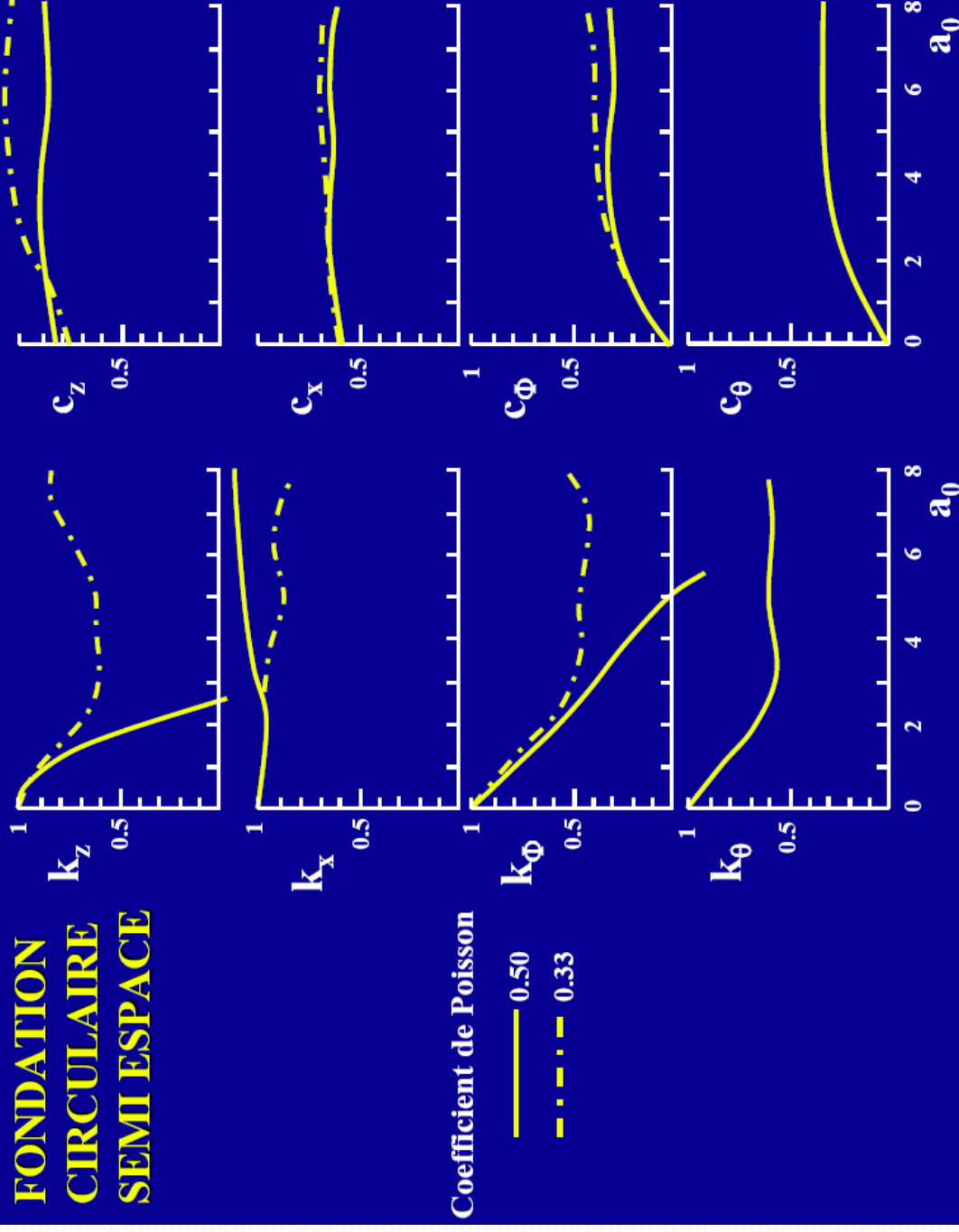
$$M\ddot{Z}(t) + \frac{K_s c_1 r_0}{V_s} \dot{Z}(t) + K_s k_1 Z(t) = F(t)$$

$$M\ddot{Z}(t) + C\dot{Z}(t) + K Z(t) = F(t)$$

K et C fonctions de la pulsation ω

Méthodes de résolution, simplifications

FONDATION CIRCULAIRE SEMI ESPACE



- Des formules statiques ou des tables préétablies fournissent les fonctions d'impédances
 - Formulation DELEUZE (et tables associées): pour des radiers circulaires, mais des équivalences permettent de les utiliser pour des radiers rectangulaires.
 - Formules statiques du FEMA356 ou J.P.Wolf (foundation vibration analysis).
 - Tables of impedance functions for rectangular foundations (J.E. Luco 1978)
 - Manuel des fonctions d'impédances J.Sieffert

Méthodes de résolution, cas plus détaillé

► Impédances, radier rectangulaire rigide (Luco, Wong USA)

Vertical Excitation

$$\left\{ \begin{aligned} u_1(x_1, x_2, 0) &= \frac{P_3}{\mu c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{[(2x^2 - 1) - 2\sqrt{x^2 - n^2}](x^2 - 1)]}{F(z) \sin \theta} \psi \sin(zkx_1 \cos \theta) \cos(zkx_2 \sin \theta) dz d\theta \\ u_2(x_1, x_2, 0) &= -\frac{P_3}{\mu c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{[(2x^2 - 1) - 2\sqrt{x^2 - n^2}](x^2 - 1)]}{F(z) \cos \theta} \psi \sin(zkx_1 \cos \theta) \sin(zkx_2 \sin \theta) dz d\theta \\ u_3(x_1, x_2, 0) &= -\frac{P_3}{\mu c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x^2 - n^2}}{zF(z) \cos \theta \sin \theta} \psi \cos(zkx_1 \cos \theta) \cos(zkx_2 \sin \theta) dz d\theta \end{aligned} \right\} \quad (B-18)$$

Horizontal Excitation

$$\left\{ \begin{aligned} u_1 &= \frac{P_1}{\mu c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin^2 \theta}{z\sqrt{x^2 - 1}} - \frac{\sqrt{x^2 - 1} \cos^2 \theta}{zF(z)} \right] \frac{\psi}{\sin \theta \cos \theta} \cos(zkx_1 \cos \theta) \cos(zkx_2 \sin \theta) dz d\theta \\ u_2 &= \frac{P_1}{\mu c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \left[\frac{1}{z\sqrt{x^2 - 1}} + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{zF(z)} \right] \psi \sin(zkx_1 \cos \theta) \sin(zkx_2 \sin \theta) dz d\theta \\ u_3 &= -\frac{P_1}{\mu c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{[(2x^2 - 1) - 2\sqrt{x^2 - n^2}](x^2 - 1)]}{F(z) \sin \theta} \psi \sin(zkx_1 \cos \theta) \cos(zkx_2 \sin \theta) dz d\theta \end{aligned} \right\} \quad (B-19)$$

where $\psi = \frac{1}{\pi a k b} \sin(zkb \cos \theta) \sin(zkc \sin \theta)$.

- ◆ Ces formulations complexes conduisent à l'utilisation de logiciels tels que SASSI ou CLASSI par exemple (Voir AppSolStru sur <http://phmaurel.fr>)

Paramètres utiles

- Données nécessaires pour établir les fonctions d'impédances.
 - Géométrie de la fondation (ou des fondations)
 - Pour chaque couche, et chaque type de sol (moyen, souple, raide): ces valeurs doivent résulter de l'analyse de sol.

$$G, \nu, \rho, \xi, h$$

Matériau	c_T (m/s)	c_L (m/s)
Argile molle	100 - 200	1 500
Sable bon nappes	200 - 400	400 - 800
Sable sous nappes	200 - 400	1 500 - 1 700
Masse	400 - 600	1 500 - 2 000
Rocher	> 800	> 2 000

Spécifications, règlements: ASN / EC8

- Des recettes (Rosenblueth, Deleuze=demi espace homogène) en accord avec l'ASN. Mal adaptée pour les sols mous et/ou stratifiés.
- ASN: paramétrage G , $G/1.5$ et 1.5^*G , structures voisines négligées, mouvement du sol en champ libre, prendre en compte la stratification, limitation de l'amortissement radiatif, couplage éventuel des DDL (rotation, translation).
- Grande importance de l'amortissement apporté par l'ISS.
- EC8: Ch.6 de NF-EN1998-5 et annexe D indique que l'interaction doit être prise en compte dans certains cas, mais sans détailler comment. Si non prise en compte => problème pour les transferts de spectres.
- Radiers souples ?
- Radiers enfouis ? ex: FEMA 356 Ch.4, Foundation Vibration Analysis (J.P.Wolf)